

Model monetarny kursu równowagi złoty/euro: analiza kointegracyjna**

Wprowadzenie

Model monetarny kursu walutowego należy do podejść kapitałowych. Występują jego modyfikacje, w których odmiennie traktuje się wpływ stóp procentowych na kursy walutowe związany z zagadnieniem zmienności cen. Można wyróżnić tzw. szkołę chicagowską i keynesowską. Według pierwszej ceny są elastyczne i natychmiast ulegają dostosowaniu na skutek bodźców gospodarczych. Do jej zwolenników w dziedzinie modelowania kursów walutowych zalicza się: Bilsona i Frenkela. Według drugiej szkoły ceny w krótkim okresie są sztywne. Do jej zwolenników zalicza się: Dornbuscha, Fleminga, Frankela, Kouri, Mundella, Musse, Niehansa.

Można wyróżnić dwa warianty modelu monetarnego: (1) w warunkach cen elastycznych (*flexible-price monetary model*, FPMM), (2) w warunkach cen sztywnych (*sticky-price monetary model*, SPMM). W obydwu modelach przyjmuje się założenie o występowaniu parytetu siły nabywczej PPP. Jeśli przyjmie się, że PPP zachodzi w każdej chwili, to otrzyma się model FPMM. Jeśli zaś przyjmie się, że PPP jest zjawiskiem długookresowym, z możliwością występowania krótkookresowych odchyłeń od stanu równowagi, to otrzyma się model SPMM.

Podejście monetarne do modelowania kursów nazywa się podejściem fundamentalnym ze względu na wprowadzenie do modeli głównych zmiennych makroekonomicznych, które mają charakter zarówno nominalny, jak i realny.

Zgodnie z teorią monetarną w artykule przyjęto, że kurs walutowy jest ceną składnika aktywów finansowych (*asset price*), w odróżnieniu od traktowania kursu jako ceny składnika rynku towarowego (*commodity price*). Ponieważ coraz więcej transakcji w wymianie międzynarodowej, w których pośredniczy kurs walutowy ma związek z przepływem kapitału, to walutę należy potraktować jako jedno z aktywów finansowych, natomiast kurs walutowy, jako jego cenę.

* Autor jest pracownikiem Katedry Ekonometrii na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym Uniwersytetu Łódzkiego oraz Urzędu Komisji Nadzoru Finansowego w Warszawie, e-mail: piotr@uni.lodz.pl. Artykuł wpłynął do redakcji w grudniu 2010 r.

** Artykuł wyraża osobiste poglądy autora, które nie stanowią oficjalnego stanowiska instytucji, w których jest zatrudniony. Autor pragnie złożyć podziękowania anonimowym recenzentom „Gospodarki Narodowej” za cenne uwagi oraz wskazówki, które pozwoliły nadać artykulowi ostateczny kształt.

W kapitałowej teorii kursów walutowych (*asset approach*) wyróżnia się dwa obszary: (1) podejście monetarne (*monetary approach*) i (2) podejście równowagi portfela (*portfolio-balance approach*) [Branson, Halttunen i Masson, 1977]. Przedmiotem rozważań będzie podejście monetarne w warunkach sztywności cen (SPMM).

Punktem wyjścia teorii kursów walutowych w warunkach cen elastycznych jest występowanie parytetu PPP w krótkim okresie. Wówczas zmiany nominalnej stopy procentowej odzwierciedlają zmiany oczekiwanej stopy inflacji. Mechanizm powiązania stopy procentowej z kursem walutowym jest następujący. Wzrost różnicy stóp procentowych – krajowej i zagranicznej – ma związek z oczekiwaniami deprecjacji waluty na skutek wzrostu różnicy stóp inflacji. Wzrost stopy procentowej oznacza spadek realnego popytu na pieniądz i w konsekwencji prowadzi do deprecjacji waluty. Wówczas otrzymuje się dodatni związek między kursem walutowym a różnicą stóp procentowych. Odmienny wpływ realizuje się w warunkach sztywności cen, o czym będzie mowa w dalszej części artykułu.

W modelu monetarnym przyjmuje się związki podażowe, co w ujęciu klasycznym oznacza warunki pełnego zatrudnienia. Agregatowy poziom cen jest funkcją pieniądza, natomiast założenie o występowaniu parytetu PPP oznacza stałość kursu realnego.

Model monetarny można nazwać modelem równowagi nominalnego kursu walutowego ze względu na główne realne i nominalne kategorie ekonomiczne, które mają wpływ na popyt na pieniądz. W kontekście kursów równowagi badania prowadzi się również w odniesieniu do kursów realnych – dwustronnych lub wielostronnych (efektywnych). Wówczas stosuje się: model BEER – behawioralny kurs walutowy równowagi (*behavioural equilibrium exchange rate*) [Kelm, Bęza-Bojanowska, 2005], [MacDonald, 2007], [Bęza-Bojanowska, MacDonald, 2009], [Kelm, 2010], model FEER – fundamentalny kurs walutowy równowagi (*fundamental equilibrium exchange rate*) [Égert, Lahrèche-Révil, 2003], [Rubaszek, 2004, 2009], model PEER – długookresowy kurs walutowy równowagi (*permanent equilibrium exchange rate*) [MacDonald, 2007], [Bęza-Bojanowska, 2009].

W odniesieniu do analizy kursu nominalnego stanowiącej przedmiot rozważań w artykule należy zwrócić uwagę na monetarny model Frankela [1979], który stosuje się w przypadku walut krajów o umiarkowanej inflacji. Model Frankela jest powszechnie wykorzystywany w analizie kursów zarówno gospodarek rozwiniętych, jak i wschodzących. Pozwala bowiem na jednoczesne analizowanie związków długo- i krótkookresowych w warunkach krótkookresowej sztywności cen i odchyłeń kursu od parytetu PPP. Taką analizę umożliwia wprowadzenie do modelu zarówno krótko-, jak i długookresowych stóp procentowych. W podanych warunkach stopy krótkookresowe są odpowiedzialne za przepływy kapitału, długookresowe zaś stanowią aproksymację oczekiwanych stóp inflacji. Taka analiza ma szczególne znaczenie w odniesieniu do małej gospodarki otwartej – jak Polska – dla której można przyjąć założenie o egzogenicznym charakterze zagranicznych stóp procentowych.

W literaturze przedmiotu często można spotkać opracowania dotyczące analizy kursów równowagi. Model monetarny zaproponowany przez Dornbuscha [1976] oraz jego rozszerzenie zaproponowane przez Frankela [1979] są przedmiotem wielu analiz empirycznych. Taką analizę równowagi realnego kursu walutowego opierając się na siedmiu alternatywnych modelach, w tym na modelu Frankela [1979], przedstawili Mark i Choi [1997]. W swojej pracy autorzy dokonali dekompozycji kursu realnego na składowe długo- i krótkookresowe na podstawie miesięcznych danych przekrojowo-czasowych dla głównych walut względem dolara. Podstawowy wniosek, jaki wynika z ich analizy oznacza, że modele monetarne cechowały się najwyższą jakością prognostyczną, wyższą od jakości modelu ścieżki losowej. Do podobnych wniosków w zakresie modelu monetarnego doszedł Mark [1995].

Analizując kurs walutowy należy wyjść poza schemat absolutnego parytetu PPP. Decydują o tym czynniki gospodarcze, które oprócz cen mają również istotny wpływ na kurs. Należy do nich zaliczyć różnice pomiędzy krajami w poziomie wydajności pracy, stopach procentowych czy dochodzie. Większość tych czynników jest wyspecyfikowana w modelu monetarnym. Ponadto zgodnie z badaniami Claridy i Galiego [1994], Eichenbauma i Evansa [1995] oraz Rogersa [1995], zakłócenia monetarne mają trwały wpływ na realny kurs walutowy. To oznacza, że w rozbudowanym modelu monetarnym Frankela poprzez interakcje zmiennych nominalnych i realnych jest zdyskontowany wpływ również innych czynników, związanych z napięciami w polityce fiskalnej i handlu zagranicznym. Wpływ czynników fundamentalnych na kurs walutowy zgodny z założeniami modelu monetarnego został pokazany w pracach MacDonalda i Taylora [1993, 1994], w których zastosowano wielowymiarową analizę kointegracji Johansena [1988]. Podobne wnioski wyciągnęli Husted i MacDonald [1998] na podstawie analizy kursów głównych walut w ujęciu przekrojowo-czasowym.

Wiele badań teorii monetarnej kursów walutowych dotyczy eksperymentów prognostycznych. Crespo Cuaresma i Hlouskova [2004] przedstawili taki eksperyment dla danych miesięcznych, w którym wykorzystali różne modele wielowymiarowe do prognozowania kursów walut krajów Europy Środkowo-Wschodniej względem euro i dolara przez pryzmat teorii monetarnej. W odniesieniu do kursu złotego względem euro najlepsze rezultaty w prognozowaniu poza próbą statystyczną uzyskali stosując modele VAR i VECM (wektorowej korekty błędu). Jakość tych prognoz była wyższa niż prognoz na podstawie modelu ścieżki losowej w horyzoncie powyżej sześciu miesięcy. Cheung, Chinn i Pascual [2005] również przyjęli podejście prognostyczne stosując dane kwartalne dla kursów głównych walut względem dolara. Dokonali analizy różnych modeli, w tym modelu Dornbuscha-Frankela, uwzględniających główne czynniki fundamentalne mające wpływ na kurs walutowy. Zdaniem autorów, stosunkowo szeroki zbiór zmiennych w monetarnym modelu Frankela pozwala na testowanie różnych hipotez ekonomicznych, gdyż w tych zmiennych dyskontuje się wpływ innych kategorii ekonomicznych. Ponadto zdaniem autorów inne modele równowagi, w tym średniookresowy model behawioralnego kursu równowagi (BEER), zaproponowany przez Clarka i MacDonalda [1998], stanowią rozsze-

rzenie podstawowego modelu monetarnego. W szczególności, model BEER można uznać za bardzo ogólne podejście do modelowania kursów walutowych, które opiera się na założeniu, że czynniki realne stanowią główną przyczynę trwałych zmian realnych kursów walutowych. Cheung, Chinn i Pascual [2005] pokazali, że w dłuższym horyzoncie modele strukturalne miały większą wartość prognostyczną niż model ścieżki losowej.

Loría, Sánchez i Salgado [2010] przedstawili analizę długookresowego modelu monetarnego Frenkela-Bilsona (por. [Frenkel, 1976], [Bilson, 1978]) dla kursu meksykańskiego peso względem dolara wykorzystując strukturalny model VAR dla danych kwartalnych. Model Frankela stanowi rozszerzenie modeli Frenkela-Bilsona i Dornbuscha dla płynnego kursu walutowego w warunkach krótkookresowej sztywności cen. Loría, Sánchez i Salgado [2010] uzyskali empiryczne potwierdzenie związku pomiędzy badanym kursem walutowym a monetarnymi czynnikami fundamentalnymi zarówno w krótkim, jak i długim okresie.

Wśród zastosowań analizy kointegracji do modelowania kursu równowagi złotego względem euro należy zwrócić uwagę na opracowanie Kelma [2010]. W tym opracowaniu pokazano źródła modelu BEER oraz jego analizę dla realnego kursu złotego do euro w latach 1996-2009. Istotnym aspektem opracowania jest aproksymacja premii za ryzyko za pomocą udziału zadłużenia krótkookresowego w PKB i udziału deficytu budżetu państwa w PKB. Kelm [2010] pokazał, że wahania nominalnego kursu euro względem jego ścieżki długookresowej (wynikającej z parytetu siły nabywczej) są malejącą funkcją różnicy krajowych i zagranicznych realnych stóp procentowych (krótkookresowych). Podobny związek wynika również z modelu Frankela [1979], przy czym w tym modelu relacja kursu bieżącego do kursu długookresowego wynika z relacji różnicy bieżących stóp procentowych względem ich stanu długookresowego. Ten związek można uogólnić do relacji realnych stóp procentowych, aproksymując odpowiednio oczekiwaną stopę inflacji.

Szacunki kursu równowagi na podstawie alternatywnych modeli będą się różnić, gdyż z reguły modele specyfikują odmienny zbiór zmiennych fundamentalnych, np. ze względu na oddziaływanie czynników o charakterze krótkookresowym.

Przedstawione wnioski sprawiają, że analiza modelu monetarnego dla kursu złotego do euro jest również bardzo ważna. Jest oczywiste, że wartości kursu równowagi będą zależęły od precyzji szacunku nieznanymi parametrów. Stąd wybór metody estymacji ma zasadnicze znaczenie. W tym kontekście wybór metody analizy kointegracji wydaje się naturalny.

W związku z powyższymi argumentami w tym artykule zostanie omówiony monetarny model Frankela. Sformułowano hipotezę, że model Frankela stanowi istotny mechanizm historycznego opisu kształtowania się kursu złotego do euro. W celu weryfikacji tej hipotezy przeprowadzono analizę empiryczną kursu euro dla danych miesięcznych w okresie 1999M7–2008M9. Szerszy kontekst modelu Frankela i innych modeli kursów walutowych, w tym modeli monetarnych można znaleźć w pracy Wdowińskiego [2010].

Model monetarny Frankela

Frankel [1979] zaproponował model, który można zastosować do warunków umiarkowanej inflacji. Model łączy cechy szkoły chicagowskiej (model Frenkela-Bilsona) i keynesowskiej (model Mundella-Fleminga), w którym specyfikuje się ujemny wpływ różnicy nominalnych krótkookresowych stóp procentowych na kurs walutowy i dodatni wpływ długookresowych oczekiwanych stóp inflacji.

Model Frankela nazywa się modelem kursu walutowego w warunkach realnej stopy procentowej. Przyjmuje się występowanie doskonałej mobilności kapitału oraz pełnej substytucji krajowych i zagranicznych obligacji, co oznacza przyjęcie założenia o „nieubezpieczonym” parytecie stóp procentowych UIP.

Kurs bieżący oznaczono symbolem S , natomiast jego logarytm naturalny symbolem s . Kurs bieżący został zdefiniowany jako krajowa cena waluty obcej, tj. cena euro w złotych. Konsekwencją przyjęcia powyższej definicji kursu jest terminologia dotycząca wzrostu lub spadku tej ceny. Wzrost kursu oznacza deprecjację waluty krajowej względem waluty obcej, spadek zaś kursu odpowiednio aprecjację. W przypadku przyjętej klasycznej definicji kursu walutowego, nominalny kurs rynkowy wyższy od umownie przyjętego kursu równowagi oznacza „podwartościowość” waluty krajowej i konsekwentnie „nadwartościowość” w przeciwnym przypadku.

Stosując notację Frankela [1979], z wyjątkiem nominalnego kursu walutowego, można zapisać warunek UIP:

$$d = r - r^*, \quad (1)$$

gdzie: d – oczekiwana zmiana (tempo wzrostu) nominalnego kursu walutowego, $d \equiv E(\dot{s})$, E – operator oczekiwań, $\dot{s} = ds/dt$, $s = \ln S$, $r = \ln(1 + R)$, R – krajowa nominalna krótkookresowa stopa procentowa, $r^* = \ln(1 + R^*)$, R^* – zagraniczna nominalna krótkookresowa stopa procentowa. Związek (1) należy rozpatrywać w warunkach przewidywania doskonałego. Wówczas nie występuje premia za ryzyko.

Drugie, główne założenie modelu, które decyduje o własnościach modelu Frankela, jest następujące (por. również [Mark, Choi, 1997]):

$$d = -\theta(s - \bar{s}) + \pi - \pi^*, \quad (2)$$

gdzie: π oraz π^* – oczekiwana krajowa i zagraniczna długookresowa stopa inflacji, θ – tempo powrotu nominalnego kursu walutowego do jego długookresowego poziomu \bar{s} .

Zgodnie z warunkiem (2), w krótkim okresie oczekiwana zmiana kursu walutowego jest funkcją odległości kursu nominalnego od jego długookresowej średniej oraz różnicy długookresowych stóp inflacji. W długim okresie zachodzi relatywny parytet PPP, gdyż:

$$d = \pi - \pi^*, \text{ dla } s = \bar{s}. \quad (3)$$

Podobnie jak w modelu Dornbuscha [1976], parametr θ ma duże znaczenie ze względu na własności stabilności modelu.

Z równań (1) i (2) wynika następujący związek:

$$s - \bar{s} = -\frac{1}{\theta}[(r - \pi) - (r^* - \pi^*)]. \quad (4)$$

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym określa różnicę realnych stóp procentowych. W długim okresie, tj. dla $s = \bar{s}$, otrzymuje się:

$$\bar{r} - \bar{r}^* = \pi - \pi^*, \quad (5)$$

gdzie \bar{r} i \bar{r}^* oznaczają długookresowy poziom równowagi krótkookresowych stóp procentowych. Biorąc pod uwagę wyrażenie (5), związek (4) można zapisać:

$$s - \bar{s} = -\frac{1}{\theta}[(r - r^*) - (\bar{r} - \bar{r}^*)]. \quad (6)$$

Równanie (6) określa relację kursu bieżącego do kursu długookresowego w zależności od relacji różnicy bieżących stóp procentowych do ich stanu długookresowego. Z warunku (6) wynika, że spadek różnicy krótkookresowych stóp procentowych, np. na skutek ekspansywnej polityki monetarnej, względem ich stanu długookresowego prowadzi do wzrostu kursu ponad kurs długookresowy. Ten wzrost jest wówczas skutkiem odpływu kapitału i spadku popytu na walutę krajową.

W równaniu (2) wystąpił długookresowy kurs walutowy \bar{s} . W modelu Frankela, przyjmuje się, że w długim okresie zachodzi absolutny parytet PPP w formie „silnej”:

$$\bar{s} = \bar{p} - \bar{p}^*, \quad (7)$$

gdzie \bar{p} i \bar{p}^* oznaczają logarytmy indeksów cen krajowych i zagranicznych. Przyjmując powszechnie stosowaną postać warunków równowagi rynku pieniężnego dla gospodarki krajowej i zagranicznej otrzymuje się:

$$m - p = \phi y - \lambda r, \quad (8)$$

$$m^* - p^* = \phi^* y^* - \lambda^* r^*, \quad (9)$$

gdzie: m , m^* – logarytm podaży pieniądza krajowego i zagranicznego, y , y^* – logarytm krajowego i zagranicznego dochodu narodowego. Jeśli przyjmie się, że $\phi = \phi^*$ i $\lambda = \lambda^*$ oraz skorzysta z długookresowego warunku (7), to wówczas:

$$\bar{s} = \bar{p} - \bar{p}^* = \bar{m} - \bar{m}^* - \phi(\bar{y} - \bar{y}^*) + \lambda(\bar{r} - \bar{r}^*). \quad (10)$$

Uwzględniając następnie warunek (5):

$$\bar{s} = \bar{m} - \bar{m}^* - \phi(\bar{y} - \bar{y}^*) + \lambda(\pi - \pi^*). \quad (11)$$

Równanie (11) przedstawia monetarny model długookresowego kursu walutowego, w którym kurs jest funkcją podaży i popytu odpowiednich walut. Ostatecznie, podstawiając wyrażenie (11) do (4) oraz przyjmując, że gospodarka znajduje się w stanie równowagi ze względu na podaż pieniądza i dochód narodowy, otrzymuje się:

$$s = m - m^* - \phi(y - y^*) - \frac{1}{\theta}(r - r^*) + \left(\frac{1}{\theta} + \lambda\right)(\pi - \pi^*). \quad (12)$$

Równanie (12) można, zgodnie z notacją Frankela [1979], przedstawić w następujący sposób:

$$s = m - m^* - \phi(y - y^*) + \alpha(r - r^*) + \beta(\pi - \pi^*) + u, \quad (13)$$

gdzie: $\alpha = -\frac{1}{\theta} < 0$, $\beta = \frac{1}{\theta} + \lambda > 0$, natomiast u oznacza gaussowski składnik losowy.

W równaniu (13) wyspecyfikowano wpływ na kurs nominalny relacji: podaży pieniądza (m , m^*), dochodu narodowego (y , y^*), krótkookresowych stóp procentowych (r , r^*) oraz długookresowych oczekiwanych stóp inflacji (π , π^*).

Przedstawiony model Frankela o postaci (13) został poddany weryfikacji empirycznej w odniesieniu do nominalnego kursu złotego względem euro w latach 1999-2008 z zastosowaniem danych miesięcznych. W analizie empirycznej przyjęto podaż pieniądza M1, produkcję przemysłową zaś jako aproksymację dochodu oraz rentowność 10-letnich obligacji skarbowych jako aproksymację oczekiwanych stóp inflacji.

Kilka uwag na temat analizy kointegracji

Pojęcie i metody analizy kointegracji są powszechnie stosowane w analizie zjawisk społeczno-ekonomicznych [Welfe, 1995], [Majsterek, 2008]. Kointegracja zmiennych jest pojęciem statystycznym i ważną cechą modeli, gdyż pozwala uzyskać poprawne własności statystyczne modelowanych zależności. Szacując parametry równań długookresowych bez dbałości o kointegrację zmiennych (dla zmiennych cechujących się zarówno trendem stochastycznym, jak i deterministycznym), zachodzi ryzyko, że oszacowane relacje będą miały charakter zależności pozornych [Granger, Newbold, 1974].

Popularność pojęcia kointegracji wiąże się z pracą Engle'a i Grangera [1987]. Model wektorowej autoregresji VAR stanowi podstawę nowoczesnego podejścia do analizy kointegracji, której współczesny rozwój wiąże się z pracami Johansena i Juselius [Johansen, 1988], [Johansen, Juselius, 1990], [Johansen, 1995], [Juselius, 2006]. Metoda Johansena jest powszechnie uznawana w literaturze za kanon analizy kointegracji.

Kointegrację dwóch lub większej liczby zmiennych określa się jako istnienie ich stacjonarnej kombinacji liniowej. Dla analiz ekonomicznych ma to duże znaczenie, gdyż kointegracja oznacza również istnienie długookresowej zależności pomiędzy zmiennymi systemu ekonomicznego. Wówczas poprzez mechanizm korekty błędów można modelować związki krótko- i długookresowe. Warto zauważyć, że takie badania ekonomiczne mają źródło w dobrze zdefiniowanym wnioskowaniu statystycznym. Analiza kointegracji zwiększa zatem szansę poprawnego weryfikowania teorii ekonomicznych, gdyż stanowi pewne remedium na przerzucanie danych.

Zmienna niestacjonarna, zintegrowana w stopniu pierwszym, $I(1)$ staje się stacjonarna $I(0)$ na skutek operacji różnicowania. Zawsze można zbudować model obejmujący zmienne stacjonarne. Jednak wówczas napotyka się na problem modelowania w długim okresie, gdyż operacja różnicowania powoduje wyrażenie zmiennych w postaci dynamicznej. Modele dla takich zmiennych zwykło się określać mianem modeli krótkookresowych. W długim okresie analiza kointegracji i związany z nią model korekty błędów (lub korekty błędem) wydają się dobrym rozwiązaniem, aby uniknąć błędów specyfikacji modeli. Przeprowadzenie wyłącznie analizy krótkookresowej ma zastosowanie w przypadku tych zależności, dla których analiza długookresowa ma mniejsze znaczenie. Wystarczy przywołać rynek kapitałowy, dla którego prowadzi się najczęściej analizy dynamiczne.

Z faktu, że kointegracja ma źródła statystyczne wynika, że wykazanie zależności kointegrującej pomiędzy zmiennymi nie potwierdza istnienia związku o charakterze ekonomicznym. Analiza kointegracji nie zwalnia zatem od myślenia o relacjach pomiędzy zmiennymi w kontekście teorii ekonomii. Możliwe jest bowiem skonstruowanie modeli skointegrowanych, które nie odzwierciedlają związków ekonomicznych. Jednocześnie dużo trudniej znaleźć kointegrację w przypadku występowania błędów specyfikacji modelu. Analiza kointegracji wyłącznie wspomaga proces modelowania ekonomicznego i pozwala unikać budowania związków pozornych. Takie podejście powinno być punktem wyjścia wszelkich analiz o charakterze kointegracyjnym. Analiza kointegracji nie stanowi substytutu dla podstawowych badań ekonomicznych, tj. prowadzonych na gruncie teorii, chociaż może mieć silny wpływ na modyfikację teorii ekonomicznych.

Analiza kointegracji trwale zmieniła oblicze badań ekonomicznych. Jest stale poddawana weryfikacji poprzez zastosowanie do analizy empirycznej najróżniejszych zależności. Ponadto jej rozwój odbywa się również w obszarze statystyki matematycznej poprzez analizę własności testów, szczególnie w małych próbach, stosowanych do weryfikacji hipotez o rzędzie kointegracji. Bardzo ważny jest kierunek rozwoju analizy kointegracji w odniesieniu do systemów zmiennych zintegrowanych w stopniu drugim, $I(2)$ [Haldrup, 1999], [Johansen, 2006], [Juselius, 2006], [Majsterek, 2008].

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele publikacji dotyczących zastosowań kointegracji do modelowania kursów równowagi złotego [Brzeszczyński, Kelm, 2002], [Wdowiński, Zglińska-Pietrzak, 2006], [Syczewska, 2007], Wdo-

wiński, 2007], [Rubaszek, 2009]. Przegląd badań i literatury można znaleźć w opracowaniu Bęzy-Bojanowskiej i MacDonalda [2009] oraz Rubaszka i in. [2009].

Analiza kointegracji dla kursu euro

W celu oszacowania parametrów modelu Frankela o postaci (13) przyjęto wektor zmiennych endogenicznych¹ $\mathbf{z}_t = [s_t, m_t - m_t^*, y_t - y_t^*, r_t - r_t^*, \pi_t - \pi_t^*]$, gdzie: s – nominalny kurs walutowy złoty/euro (kurs euro), m – podaż pieniądza M1 (wyrównana sezonowo), y – realna produkcja przemysłowa, r – krótkookresowa stopa procentowa (3-miesięczna), π – długookresowa stopa procentowa (rentowność 10-letnich obligacji skarbowych, w przypadku strefy euro wyrównana sezonowo), natomiast symbole oznaczone „*” to zagraniczne odpowiedniki. Analizę kointegracji dla kursu euro przeprowadzono z zastosowaniem metody Johansena, przyjmując standardowe założenia dla przypadku $I(1)$. Przy wyborze rzędu opóźnienia k w modelu VAR kierowano się wartością statystyki w teście sekwencyjnym i kryteriami informacyjnymi [Lütkepohl, 2005]. Rząd opóźnienia k modeli VAR ustalono jako wypadkową przyjętych kryteriów, do których zalicza się: statystykę sekwencyjnego testu LR, statystykę FPE (*final prediction error*), kryterium informacyjne Akaike’a (AIC), kryterium informacyjne Schwarza (SIC) oraz kryterium informacyjne Hannana-Quinna (HQ). W przypadku różnych wskazań dotyczących rzędu k weryfikowano własności statystyczne poszczególnych modeli VAR. Następnie przyjmowano model, który cechował się najwyższą jakością statystyczną. W ocenie tej jakości zastosowano następujące testy wielowymiarowe: normalności reszt, LM na autokorelację reszt [Lütkepohl, 2005], wielowymiarową wersję testu Portmanteau Boxa-Pierce’a i Ljunga-Boxa na autokorelację reszt [Ljung, Box, 1978], White’a na heteroskedastyczność reszt [Kelejian, 1982], [Doornik, 1995]. W testowaniu rzędu kointegracji r oraz składowych deterministycznych zastosowano zasadę Pantuli [Johansen, 1992]. W testach śladu i największej wartości własnej na rząd kointegracji przyjęto małopróbkową poprawkę dla wartości statystyk testowych według Reinsela i Ahna [1992] (por. również: [Reimers, 1992], [Johansen, 2002], [Kębłowski, 2009]). Wartości krytyczne dla poziomu istotności 5% przyjęto za pracami: Osterwald-Lenum [1992] oraz MacKinnon, Haug i Michelis [1999]. Szacunki zostały wykonane w pakiecie *Econometric Views*.

Decyzję o wyborze rzędu opóźnienia k w modelu VAR podjęto przyjmując dodatkowo następujące założenia. Po pierwsze, model powinien uwzględniać możliwie najmniejszą liczbę opóźnień, aby zachować jak największą liczbę stopni swobody w estymacji parametrów i zredukować rząd autoregresji w poszczególnych równaniach. Po drugie, przy porównywalnych własnościach sta-

¹ Krytykę założeń polegających na przyjęciu relacji zmiennych krajowych i zagranicznych można znaleźć w opracowaniu: Haynes i Stone [1981] (por. również opracowanie [Wdowińskiego 2007]).

tystycznych modeli dla różnych opóźnień, przyjęto te, dla których rząd opóźnienia był mniejszy. Po trzecie, oszacowane równania powinny posiadać dobre własności statystyczne i wysoki stopień objaśnienia.

Z uwagi na zainteresowanie głównie związkami długookresowymi, w odniesieniu do wszystkich zmiennych zastosowano filtr sezonowy X12 [Findley, Hood, 1999], testując sezonowość. Jeśli dana zmienna cechowała się sezonowością, to w estymacji wykorzystano wielkości pozbawione wpływów sezonowych.

Testowanie stacjonarności szeregów czasowych. Zmienne modelu poddano testowaniu na obecność pierwiastków jednostkowych. W przypadku danych miesięcznych próby statystyczne liczyły od 124 do 236 obserwacji. Na podstawie wyników testów Dickeya-Fullera i KPSS podjęto decyzję, że poziomy zmiennych (logarytmy w przypadku kursu walutowego, podaży pieniądza i produkcji przemysłowej) są niestacjonarne $I(1)$, ich przyrosty zaś są stacjonarne, $I(0)$.

Wybór modelu VAR i testowanie rzędu kointegracji. Przyjęto $k = 2$ (111 obs., próba: 1999M7–2008M9). Wyniki testowania rzędu opóźnienia k oraz rzędu kointegracji r pokazano w tabl. 1-3.

Tablica 1

Kryteria wyboru rzędu opóźnienia modelu VAR

Opóźnienie	LR	FPE	AIC	SIC	HQ
0	NA	2,43E-11	-10,2521	-10,1234	-10,2000
1	1368,8600	2,55E-17	-24,0209	-23,2488	-23,7082
2	68,5529	1,96E-17	-24,2840	-22,8686	-23,7108
3	50,3962	1,80E-17	-24,3798	-22,3210	-23,5461
4	34,5669	1,95E-17	-24,3163	-21,6142	-23,2221
5	46,2121	1,78E-17	-24,4342	-21,0887	-23,0795
6	26,6420	2,08E-17	-24,3193	-20,3303	-22,7040
7	30,1792	2,29E-17	-24,2863	-19,6540	-22,4105
8	39,5718	2,12E-17	-24,4448	-19,1692	-22,3085
9	33,7850	2,11E-17	-24,5579	-18,6389	-22,1611
10	28,3129	2,28E-17	-24,6229	-18,0605	-21,9656
11	35,7298	2,06E-17	-24,9094	-17,7036	-21,9916

Źródło: opracowanie własne

Przyjęto rząd kointegracji $r = 1$, tj. hipotezę H_1 [Johansen, 1995], stosując się do wyników testu śladu i zasady Pantuli. Przyjęcie hipotezy H_1 oznacza uwzględnienie wyrazu wolnego w przestrzeni kointegracji i wyrazu wolnego w modelu wektorowej korekty błędu VECM.

Tablica 2
Testy rzędu kointegracji

Liczba wektorów	Hipoteza															
	$H_2(r)$				$H_{1^*}(r)$				$H_1(r)$				$H^*(r)$			
	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	
r	test śladu															
0	0,26	78,95	60,06	0,26	94,53	76,97	0,26	77,36	69,82	0,27	99,65	88,80	0,27	94,02	79,34	
1	0,20	48,23	40,17	0,26	63,65	54,08	0,23	46,48	47,86	0,23	68,01	63,88	0,23	62,43	55,25	
2	0,15	26,00	24,28	0,16	33,57	35,19	0,13	19,79	29,80	0,20	40,99	42,92	0,19	35,71	35,01	
3	0,07	9,59	12,32	0,12	16,18	20,26	0,06	6,26	15,49	0,13	18,94	25,87	0,12	13,85	18,40	
4	0,03	2,75	4,13	0,03	2,79	9,16	0,00	0,18	3,84	0,05	5,44	12,52	0,01	0,99	3,84	
	test λ_{\max}															
0	0,26	30,73	30,44	0,26	30,88	34,81	0,26	30,88	33,88	0,27	31,64	38,33	0,27	31,59	37,16	
1	0,20	22,22	24,16	0,26	30,08	28,59	0,23	26,69	27,58	0,23	27,03	32,12	0,23	26,71	30,82	
2	0,15	16,41	17,80	0,16	17,39	22,30	0,13	13,53	21,13	0,20	22,05	25,82	0,19	21,86	24,25	
3	0,07	6,84	11,22	0,12	13,39	15,89	0,06	6,08	14,26	0,13	13,50	19,39	0,12	12,86	17,15	
4	0,03	2,75	4,13	0,03	2,79	9,16	0,00	0,18	3,84	0,05	5,44	12,52	0,01	0,99	3,84	

Wartości krytyczne: MacKinnon, Haug, Michelis, [1999].

Źródło: opracowanie własne

Tablica 3

Testy rzędu kointegracji

Liczba wektorów	Hipoteza															
	$H_2(r)$				$H_1^*(r)$				$H_1(r)$				$H^*(r)$			
	test śladu															
r	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	
0	0,26	78,95	59,46	0,26	94,53	76,07	0,26	77,36	68,52	0,27	99,65	87,31	0,27	94,02	77,74	
1	0,20	48,23	39,89	0,26	63,65	53,12	0,23	46,48	47,21	0,23	68,01	62,99	0,23	62,43	54,64	
2	0,15	26,00	24,31	0,16	33,57	34,91	0,13	19,79	29,68	0,20	40,99	42,44	0,19	35,71	34,55	
3	0,07	9,59	12,53	0,12	16,18	19,96	0,06	6,26	15,41	0,13	18,94	25,32	0,12	13,85	18,17	
4	0,03	2,75	3,84	0,03	2,79	9,24	0,00	0,18	3,76	0,05	5,44	12,25	0,01	0,99	3,74	
	test λ_{\max}															
r	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	λ	stat	5%	
0	0,26	30,73	30,04	0,26	30,88	34,40	0,26	30,88	33,46	0,27	31,64	37,52	0,27	31,59	36,41	
1	0,20	22,22	23,80	0,26	30,08	28,14	0,23	26,69	27,07	0,23	27,03	31,46	0,23	26,71	30,33	
2	0,15	16,41	17,89	0,16	17,39	22,00	0,13	13,53	20,97	0,20	22,05	25,54	0,19	21,86	23,78	
3	0,07	6,84	11,44	0,12	13,39	15,67	0,06	6,08	14,07	0,13	13,50	18,96	0,12	12,86	16,87	
4	0,03	2,75	3,84	0,03	2,79	9,24	0,00	0,18	3,76	0,05	5,44	12,25	0,01	0,99	3,74	

Wartości krytyczne: Osterwald-Lenum, [1992].

Źródło: opracowanie własne

Analiza modelu wektorowej korekty błędu. W modelu VECM(1) otrzymano nieistotną ocenę parametru przy podaży pieniądza ($m - m^*$) w wektorze długookresowym oraz nieistotne oceny parametrów przy wyrazie korekty ECT dla zmiennych: podaż pieniądza ($\Delta(m - m^*)$) oraz produkcja przemysłowa ($\Delta(y - y^*)$). Ten wynik wskazywałby na występowanie warunków słabej egzogeniczności zmiennych $m - m^*$ oraz $y - y^*$ ze względu na relację długookresową. Nie odrzucono tej hipotezy po nałożeniu warunków zerowych na odpowiednie parametry (nieistotna statystyka $\chi^2(3) = 0,15$, $p - val = 0,99$) (por. tabl. 4). Ponadto otrzymano istotną ocenę przy wyrazie korekty błędu dla kursu walutowego (Δs) równą $-0,03$ ($t = 2,07$), co wskazywałoby na bardzo powolną korektę odchylenia nominalnego kursu euro od stanu równowagi monetarnej (3% miesięcznie). To z kolei oznacza, że okres półtrwania zakłócenia (*half-life*) wynosił nieco ponad 22 miesiące (por. również [Wdowiński, 2010]).

Tablica 4

Warunki ograniczające (restrykcje) dla parametrów

Wektor parametrów długookresowych (β)											
s	$m - m^*$	$y - y^*$	$r - r^*$	$\pi - \pi^*$							
1	0	β_3	β_4	β_5							$\chi^2(1) = 0,04$ $p - val = 0,84$
Wektory parametrów długo- (β) i krótkookresowych (α)											
s	$m - m^*$	$y - y^*$	$r - r^*$	$\pi - \pi^*$	Δs	$\Delta(m - m^*)$	$\Delta(y - y^*)$	$\Delta(r - r^*)$	$\Delta(\pi - \pi^*)$		
1	0	β_3	β_4	β_5	α_1	0	0	α_4	α_5	$\chi^2(3) = 0,15$ $p - val = 0,99$	

Źródło: opracowanie własne

Analiza równowagi nominalnego kursu euro. Na podstawie warunków przedstawionych w ostatnim wierszu tabl. 4 przyjęto następującą relację kointegracji (por. również rys. 1):

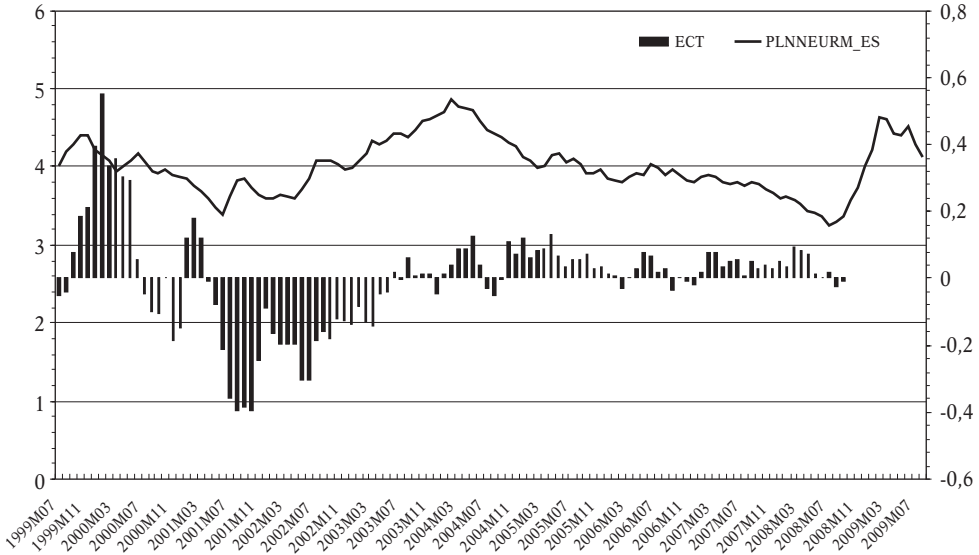
$$s_t = 1,35 - \underset{(-5,37)}{1,82}(y_t - y_t^*) - \underset{(-5,69)}{1,32}(r_t - r_t^*) + \underset{(4,75)}{2,13}(\pi_t - \pi_t^*). \quad (14)$$

W nawiasach pod ocenami parametrów podano statystyki t -Studenta. Dla relacji (14) otrzymano: $ADF = -2,62$ ($p - val = 1\%$), $KPSS = 0,17$ ($p - val > 10\%$).

Do wyników w początkowym okresie próby (1999M7-2004M1) należy podchodzić z ostrożnością, gdyż międzyokresowe odchylenia od stanu równowagi monetarnej wyznaczonej przez relację (14) były znaczne (przeciętnie -4% z odchyleniem standardowym 20 punktów procentowych (pp.)). To może wskazywać na występowanie dwóch podokresów (reżimów) zmienności kursu walutowego. W pierwszym podokresie (1999M7-2004M1) wystąpiła zarówno tendencja spadkowa, jak i silna wzrostowa kursu euro, co oznacza odpowiednio nominalną aprecjację i deprecjację. W drugim podokresie (2004M2-2008M9) występowała głównie silna tendencja spadkowa kursu. W tym czasie międzyokresowe odchylenia od stanu równowagi były znacznie mniejsze (przeciętnie 4% z odchyleniem standardowym 4,2 pp.). Gwałtowny wzrost kursu w końcu

wym okresie próby (który został wyłączony z analizy) ma związek z narastającym kryzysem w gospodarce światowej. Zauważalna stabilizacja odchyleń od stanu równowagi monetarnej nastąpiła począwszy od maja 2003 r.

Rysunek 1. Kurs rzeczywisty (lewa skala) i wyraz korekty błędu (prawa skala)



Źródło: opracowanie własne

Równanie (14) zasługuje na uwagę. Po pierwsze, na mocy (13) otrzymuje się $\lambda = -1,32 + 2,13 = 0,81 > 0$. Stąd długookresowy kurs złotego względem euro w analizowanym okresie (1999M7–2008M9) miał postać:

$$\hat{s}_t = 1,35 - 1,82(y_t - y_t^*) + 0,81(\pi_t - \pi_t^*). \quad (15)$$

Po drugie, na mocy (4) można zapisać, że krótkookresowe „przestrzelenie” (*overshooting*) kursu euro wyniosło:

$$\hat{s}_t - \hat{s}_t^* = -1,32[(r_t - \pi_t) - (r_t^* - \pi_t^*)]. \quad (16)$$

Zauważmy, że relację (14) można zapisać w następujący sposób:

$$s_t = \hat{s}_t + u_t, \quad (17)$$

gdzie: \hat{s}_t – predyktor nominalnego kursu euro, natomiast relację (16) w sposób:

$$\hat{s}_t - \hat{s}_t^* = \tilde{s}_t, \quad (18)$$

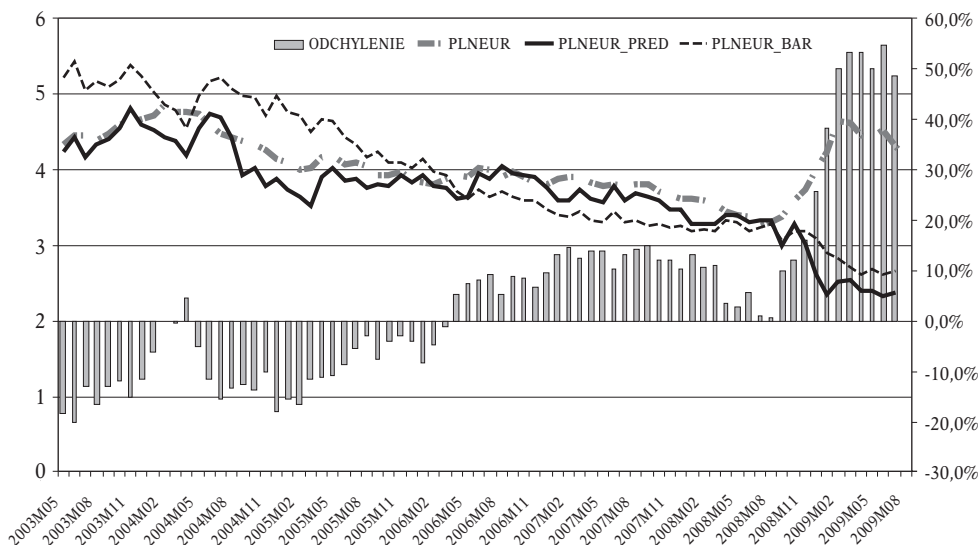
gdzie \tilde{s}_t oznacza krótkookresowy efekt „przestrzelenia” kursu. W konsekwencji:

$$s_t = \hat{s}_t + \tilde{s}_t + u_t. \quad (19)$$

Zatem nominalny kurs s_t można zdekomponować na kurs równowagi długookresowej \hat{s}_t , krótkookresowe odchylenia \tilde{s}_t od stanu równowagi długookresowej z dokładnością do stacjonarnych odchyłeń u_t .

W związku z warunkami (17)-(19), rys. 2 przedstawia na lewej skali – kurs rzeczywisty s (plneur), kurs teoretyczny \hat{s} na podstawie równania (14) (plneur_pred), kurs równowagi \hat{s} na podstawie równania (15) (plneur_bar) wyrażone w złotych oraz na prawej skali – odchylenie $s - \hat{s}$ wyrażone w procentach dla okresu 2003M5-2009M8.

Rysunek 2. Relacja kursu rzeczywistego do kursu równowagi



Źródło: opracowanie własne

Odchylenia kursu rzeczywistego s_t od kursu równowagi \hat{s}_t można podzielić na dwa podokresy. W pierwszym (2003M5-2006M3) odchylenia były przeciętnie ujemne, co oznacza, że złoty był nadwartościowy (przeciętnie o 9,6% z odchyleniem standardowym 6 pp.). W drugim zaś (2006M4-2008M9) złoty był podwartościowy (przeciętnie o 9,3% z odchyleniem standardowym 4,1 pp.). Gdyby zachować tendencję wynikającą z warunków (14) i (15), to złoty powinien nadal się umacniać. Gwałtowna deprecjacja wywołana kryzysem gospodarczym stanowiła wyraźne „przestrzelenie” kursu nominalnego ponad kurs równowagi długookresowej, wynikającej z czynników fundamentalnych (produkcji przemysłowej i długookresowych stóp procentowych). W ostatnim okresie próby zaobserwowano ponowną aprecjację złotego względem euro, wykazującą powrót

w kierunku długookresowego stanu równowagi. W konsekwencji należy stwierdzić, że czynniki fundamentalne w polskiej gospodarce i w strefie euro wskazują na występowanie tendencji w kierunku aprecjacji złotego względem euro.

Prognozowana aprecjacja jest przeszacowana. Uwzględnienie dodatkowych danych statystycznych z okresu kryzysu finansowego wpłynęłoby na oceny parametrów i analizę. Przedstawione wyniki pokazują ogólną tendencję kursu równowagi wynikającą z fundamentów w warunkach znacznie odbiegających od sytuacji kryzysowych. W ostatnim okresie próby (od połowy 2009 r.) dało się zauważyć symptomy stabilizacji kursu równowagi (por. również [Kelm, 2010]).

Zakończenie

W artykule pokazano analizę kointegracji dla kursu walutowego złotego względem euro według monetarnej teorii Frankela [1979]. Wektor kointegracji został oszacowany dla okresu 1999M7-2008M9. Długookresowe szacunki pokazały, że kurs euro był zależny od zmian produkcji przemysłowej oraz krótko- i długookresowych stóp procentowych. Wpływ podaży pieniądza M1 okazał się nieistotny statystycznie. Odchylenia kursu euro od stanu równowagi monetarnej były korygowane bardzo powoli, gdyż okres półtrwania zakłócenia wynosił blisko 2 lata.

Rozwiązanie modelu uwzględniające zarówno kurs długookresowej równowagi monetarnej, jak i krótkookresowy efekt „przestrzelenia” pokazało, że kurs euro odchyłał się znacznie od stanu równowagi wyznaczonej przez czynniki fundamentalne w okresie 1999M7-2004M1. W późniejszym okresie objętym analizą (2004M2-2008M9) złoty wykazywał mniejsze odchylenia od stanu równowagi. W całym okresie zauważono zarówno okresy nadwartościowości, jak i podwartościowości złotego względem euro ze względu na kurs długookresowej równowagi. Zauważalna stabilizacja odchylenia od stanu równowagi nastąpiła począwszy od maja 2003 r. W okresie 2003M5-2006M3 złoty był przewartościowany przeciętnie o 9,6%, natomiast w okresie 2006M4-2008M9 był niedowartościowany o 9,3%. W późniejszym okresie gwałtowna nominalna i realna deprecjacja, spowodowana wybuchem kryzysu gospodarczego, stanowiła wyraźne „przestrzelenie” kursu nominalnego ponad kurs równowagi długookresowej, wynikającej z czynników fundamentalnych (produkcji przemysłowej i długookresowych stóp procentowych). W krótkim okresie zaobserwowano aprecjację złotego na skutek wzrostu relacji krótkookresowych stóp procentowych. Pokazano, że fundamentalne czynniki gospodarcze w Polsce i w strefie euro wskazują na występowanie tendencji w kierunku umacniania się złotego względem euro, przy czym krótkookresowa dynamika kursu euro w warunkach rosnącego ryzyka otoczenia makroekonomicznego może być znaczna.

Wśród kierunków dalszych badań można wskazać na potrzebę wykonania analiz dla dłuższej próby miesięcznej lub kwartalnej, obejmującej okres kry-

zysu światowego oraz sprawdzić jakość prognostyczną modelu Frankela poza próbą statystyczną.

Przedstawiony model monetarny umiejętnie łączy efekty nominalne oraz realne i należy oczekiwać, że będzie wykorzystywany również jako ogniwo systemów równań w modelach makroekonometrycznych.

Bibliografia

- Bęza-Bojanowska J., [2009], *Behavioral and Permanent Zloty/Euro Equilibrium Rate*, Central „European Journal of Economic Modelling and Econometrics” 1, 35-55.
- Bęza-Bojanowska J., MacDonald R., [2009], *The Behavioural Zloty/Euro Equilibrium Exchange Rate*, National Bank of Poland Working Paper 55.
- Bilson J.F.O., [1978], *The Current Experience with Floating Exchange Rates: An Appraisal of the Monetary Approach*, Exchange Rates and Open Economies 68(2), 392-397.
- Branson W.H., Halttunen H., Masson P., [1977], *Exchange Rates in the Short Run: The Dollar-Deutschmark Rate*, „European Economic Review” 10, 303-324.
- Brzeszczyński J., Kelm R., [2002], *Ekonometryczne modele rynków finansowych*, WIG-Press, Warszawa.
- Cheung Y.-W., Chinn M.D., Pascual A.G., [2005], *Empirical exchange rate models of the nineties: Are any fit to survive?*, „Journal of International Money and Finance” 24(7), 1150-1175.
- Clarida R.H., Gali J., [1994], *Sources of real exchange-rate fluctuations: How important are nominal shocks?*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 41(1), 1-56.
- Clark P.B., MacDonald R., [1998], *Exchange Rates and Economic Fundamentals: A Methodological Comparison of BEERs and FEERs*, IMF Working Paper 98(67).
- Crespo Cuaresma J., Hlouskova J., [2004], *Forecasting exchange rates in transition economies: A comparison of multivariate time series models*, Empirical Economics 29(4), 787-801.
- Doornik J.A., [1995], *Testing General Restrictions on the Cointegrating Space*, manuscript.
- Dornbusch R., [1976], *Expectations and Exchange Rate Dynamics*, „Journal of Political Economy” 84(6), 1161-1176.
- Égert B., Lahrèche-Révil A., [2003], *Estimating the Equilibrium Exchange Rate of the Central and Eastern European Acceding Countries: The Challenge of Euro Adoption*, Review of World Economics 139(4), 683-708.
- Eichenbaum M., Evans C.L., [1995], *Some empirical evidence on the effects of shocks to monetary policy on exchange rates*, „Quarterly Journal of Economics” 110(4), 975-1009.
- Engle R.F., Granger C.W.J., [1987], *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing*, Econometrica 55(2), 251-276.
- Findley D.F., Hood C.C.H., [1999], *X-12-ARIMA and Its Application to Some Italian Indicator Series, Seasonal Adjustment Procedures – Experiences and Perspectives*, Istituto Nazionale di Statistica (ISTAT), Rome, 231-251.
- Frankel J.A., [1979], *On the Mark: Theory of Floating Exchange Rates Based on Real Interest Rate Differentials*, „American Economic Review” 69(4), 610-622.
- Frenkel J.A., [1976], *A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence*, Scandinavian Journal of Economics 78, 200-224.
- Granger C.W.J., Newbold P., [1974], *Spurious Regressions in Econometrics*, „Journal of Econometrics” 2(2), 111-120.
- Haldrup N., [1999], *An Econometric Analysis of I(2) Variables*, [w:] McAleer M., Oxley L. (eds.), Practical Issues in Cointegration Analysis, Blackwell, Oxford.
- Haynes S.E., Stone J.A., [1981], *On the mark: comment*, „American Economic Review” 71(5), 1060-1067.

- Husted S., MacDonald R., [1998], *Monetary-based models of the exchange rate: a panel perspective*, „Journal of International Financial Markets”, Institutions and Money 8, 1-19.
- Johansen S., [1988], *Statistical Analysis of Cointegration Vectors*, „Journal of Economic Dynamics and Control” 12, 231-254.
- Johansen S., [1992], *Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54(3), 383-397.
- Johansen S., [1995], *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford.
- Johansen S., [2002], *A Small Sample Correction of the Test for Cointegrating Rank in the Vector Autoregressive Model*, Econometrica 70, 1929-1961.
- Johansen S., [2006], *Statistical Analysis of Hypotheses on the Cointegrating Relations in the I(2) Model*, Journal of Econometrics 132, 81-115.
- Johansen S., Juselius K., [1990], *Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration – With Applications to the Demand for Money*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52(2), 169-210.
- Juselius K., [2006], *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications*, Oxford University Press, Oxford.
- Kelejian H.H., [1982], *An Extension of a Standard Test for Heteroskedasticity to a Systems Framework*, „Journal of Econometrics” 20, 325-333.
- Kębłowski P., [2009], *Małopróbkowe wnioskowanie o rządzie kointegracji*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Łódzki, Łódź.
- Kelm R., [2010], *Model behawioralnego kursu równowagi złotego do euro w okresie styczeń 1996 – czerwiec 2009 r.*, Bank i Kredyt 41(2), 21-42.
- Kelm R., Bęza-Bojanowska J., [2005], *Polityka monetarna i fiskalna a odchylenia realnego kursu złoty/euro od kursu równowagi w okresie styczeń 1995 r. – czerwiec 2004 r.*, Bank i Kredyt 10, 4-19.
- Ljung G., Box G.E.P., [1978], *On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models*, Biometrika 66, 67-72.
- Loría E., Sánchez A., Salgado U., [2010], *New evidence on the monetary approach of exchange rate determination in Mexico 1994-2007: A cointegrated SVAR model*, Journal of International Money and Finance 29(3), 540-554.
- Lütkepohl H., [2005], *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- MacDonald R., [2007], *Exchange Rate Economics: Theories and Evidence*, Routledge, New York.
- MacDonald R., Taylor M.P., [1993], *The monetary approach to the exchange rate: rational expectations, long-run equilibrium and forecasting*, IMF Staff Papers 40(1), 89-107.
- MacDonald R., Taylor M.P., [1994], *The monetary model of the exchange rate. Long-run relationships, short-run dynamics and how to beat a random walk*, Journal of International Money and Finance 13, 276-290.
- MacKinnon J.G., Haug A.A., Michelis L., [1999], *Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Tests for Cointegration*, „Journal of Applied Econometrics” 14, 563-577.
- Majsterek M., [2008], *Wielowymiarowa analiza kointegracyjna w ekonomii*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Mark N.C., [1995], *Exchange rates and fundamentals: Evidence on long-horizon predictability*, „American Economic Review” 85, 201-218.
- Mark N.C., Choi D.-Y., [1997], *Real exchange-rate prediction over long horizons*, „Journal of International Economics” 43, 29-60.
- Osterwald-Lenum M., [1992], *A Note With Fractiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics: Four Cases*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54, 461-472.

- Reimers H.-E., [1992], *Comparison of Tests for Multivariate Cointegration*, Statistical Papers 33, 335-359.
- Reinsel G.C., Ahn S.K., [1992], *Vector Autoregressive Models with Unit Roots and Reduced Rank Structure: Estimation, Likelihood Ratio Test, and Forecasting*, Journal of Time Series Analysis 13, 353-375.
- Rogers J.H., [1995], *Real shocks and real exchange rates in really long-term data*, International Finance Discussion Papers 493, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Rubaszek M., [2004], *Modelowanie optymalnego poziomu realnego efektywnego kursu złotego: zastosowanie koncepcji fundamentalnego kursu równowagi*, Materiały i Studia 175, NBP.
- Rubaszek M., [2009], *Economic Convergence and the Fundamental Equilibrium Exchange Rate in Poland*, Bank i Kredyt 40(1), 7-22.
- Rubaszek M., Serwa D., Marcinkowska-Lewandowska W., [2009], *Analiza kursu walutowego*, C.H. Beck, Warszawa.
- Syczewska E.M., [2007], *Ekonometryczne modele kursów walutowych*, Monografie i Opracowania, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Wdowiński P., [2007], *Modelowanie i prognozowanie kursu walutowego złoty/euro*, [w:] Miłobędzki P., Szreder M. (red.), *Modelowanie i prognozowanie gospodarki narodowej*, Prace i Materiały 5.
- Wdowiński P., [2010], *Modele kursów walutowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Wdowiński P., Zglińska-Pietrzak A., [2006], *Modeling and Forecasting Exchange Rates: A Monetary Approach*, [w:] Milo W., Wdowiński P. (eds.), *Financial Markets: Principles of Modeling, Forecasting and Decision-Making*, FindEcon Monograph Series: Advances in Financial Market Analysis, No. 1, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, 155-172.
- Welfe A., [1995], *Ekonometria*, Wyd. 1, PWE, Warszawa.

THE MONETARY MODEL OF THE ZLOTY-EURO EQUILIBRIUM EXCHANGE RATE: COINTEGRATION ANALYSIS

Summary

The author carries out a cointegration analysis for the nominal exchange rate of the zloty against the euro according to a monetary theory developed by U.S. economist Jeffrey A. Frankel (1979). Wdowiński estimates a cointegration vector for the period 1999M7-2008M9. Long-term estimates show that the euro exchange rate depends on changes in industrial production and on short- and long-term interest rates, the author says. The influence of M1 money supply proves to be statistically insignificant. The departure of the euro rate from a state of monetary equilibrium was corrected slowly, the author says, because the half-life of the divergence was almost two years.

The solution of the model showed that the euro exchange rate diverged significantly from a state of equilibrium determined by fundamental factors in the 1999M7-2004M1 period, while showing smaller deviations in the 2004M2-2008M9 period. Overall, the author observed periods when the zloty was both overvalued and undervalued against the euro due to a long-term equilibrium rate. The deviations stabilized noticeably from May 2003. In the 2003M5-2006M3 period, the zloty was overvalued by 9.6% on average, while in the 2006M4-2008M9 period it was undervalued by 9.3%. In the short term, the zloty tended to appreciate as a result of increases in short-term interest rates.

According to the author, fundamental economic factors in Poland and the euro area point to the existence of a trend whereby the zloty is gaining ground against the euro, while short-term changes in this rate may be significant due to a growing macroeconomic risk.

Keywords: Frankel monetary model, zloty/euro equilibrium exchange rate, cointegration analysis, vector error correction model